Lógica y Computabilidad
Segundo Cuatrimestre de 2020
Segundo Parcial

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

IMPORTANTE:
Resolver **cada ejercicio en archivos distintos**.
Poner nombre y LU en **todas las hojas**.
El examen es de **resolución individual**, **a libro abierto** y pueden usar lo demostrado en clase o en ejercicios de las guías poniendo **referencias claras y precisas** de dónde viene.
Justificar todas las respuestas.
La resolución debe ser enviada por mail a **logicaycomputabilidad@gmail.com**, con un archivo por cada ejercicio cuyo nombre debe respetar el siguiente formato:
`[Apellido]-[Nombre]-[LU]-ParcialLogica-[Nro. ejercicio]`
El correo debe **haber llegado ANTES** de las 21:15hs para ser considerado válido. El tiempo de desarrollo del parcial contempla el tiempo necesario para digitalizar, adjuntar y enviar la solución así que se rechazará cualquier entrega que **llegue** después de las 21:15hs, **sin excepción**.

Ejercicio 1. Dada una fórmula φ definimos $\overline{\varphi}$ como el resultado de reemplazar cada variable proposicional que aparece en φ por su negación. (Ej: $\overline{p \to \neg q} = \neg p \to \neg\neg q$))

a. Probar que dada v una valuación, $v \models \varphi$ si y solo si $v \models \overline{(\overline{\varphi})}$.

b. Demostrar que φ es una tautología si y solo si $\overline{\varphi}$ es una tautología.
Sugerencia: a partir de v una valuación tal que $v \models \varphi$, definir (y demostrar) $\overline{v}$ tal que $\overline{v} \models \overline{\varphi}$ sii $v \models \varphi$.

Ejercicio 2. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje con igualdad y los siguientes símbolos: g símbolo de función unaria, u símbolo de función binaria y F y S símbolos de predicado unarios.

Sea $\mathcal{A}$ la siguiente $\mathcal{L}$-estructura: $|\mathcal{A}| = \mathcal{P}(\textbf{FORM})$ (los conjuntos de fórmulas de la lógica **proposicional**). $g_{\mathcal{A}}(\Gamma) = \mathrm{Con}(\Gamma)$. $u_{\mathcal{A}}(\Gamma_1, \Gamma_2) = \Gamma_1 \bigcup \Gamma_2$. $\Gamma \in F_{\mathcal{A}}$ si Γ es finito. $\Gamma \in S_{\mathcal{A}}$ si Γ es satisfacible.

a. Demostrar que son distinguibles los conjuntos **FORM** y $\emptyset$.

b. Demostrar que son expresables las relaciones I_2 (binaria), que indica si un conjunto es subconjunto de otro y T_1 (unaria), que indica si todas las fórmulas del conjunto son tautologías.

c. **(Opcional, por puntaje extra)** Expresar el teorema de compacidad de la lógica **proposicional** mediante una $\mathcal{L}$-fórmula.

Ejercicio 3. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje de primer orden con igualdad, un símbolo de función unaria f, un símbolo de función unaria g, y un símbolo de constante e.

Demostrar que no es expresable la propiedad que indica que existe una composición finita de funciones f y g (en alguna combinación no vacía posible) sobre e que resulte en nuevamente en e. Por ejemplo, la propiedad valdría en $\mathcal{M}, v$ si $\mathcal{M}, v \models f(e) = e$, o si $\mathcal{M}, v \models g(f(g(e))) = e$, o si $\mathcal{M}, v \models f(f(g(g(e)))) = e$, etc.

Sugerencia de notación: es válido indexar sobre palabras de longitud finita que usan las letras g, f. Por ejemplo, se puede usar la notación φ_f, o φ_{gfg}.